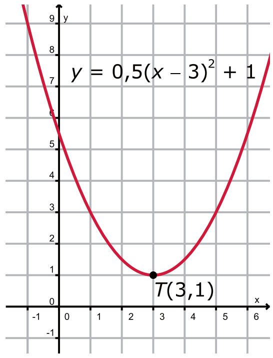
Spiekbriefjes bij Kwadratische verbanden

Kwadratische functies



Bij een **kwadratische functie** hoort een formule van de vorm $y = a \cdot (x - p)^2 + q$ met $a \neq 0$. De bijbehorende grafiek is een **parabool** met **top** (p,q) en **symmetrie-as** $x = p$.

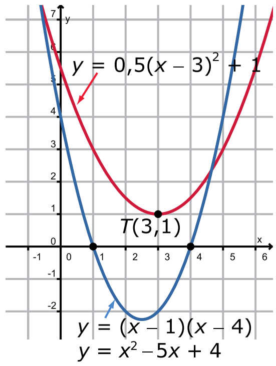
- Bij $a > 0$ hoort een **dalparabool** met een laagste waarde, een **minimum** van q voor $x = p$.
- Bij $a < 0$ hoort een **bergparabool** met een hoogste waarde, een **maximum** van q voor $x = p$.

Een maximum of een minimum noem je een **uiterste waarde** (een **extreme waarde**).

Als je in een bijbehorende tabel de waarden van x met vaste stappen laat toenemen, dan kun je een kwadratisch verband herkennen aan de symmetrie in de tabel. Kenmerkend voor een kwadratisch verband is ook dat de verandering van de toenames (of de afnames) constant is.

meer info

Nulpunten en top



Kwadratische functies kunnen verschillende vormen aannemen:

- $y = a \cdot (x - p)^2 + q$ waarin (p,q) de **top** van de parabool is en de nulpunten volgen uit het oplossen van $y = 0$.
- $y = a(x - m)(x - n)$ met **nulpunten** $(m,0)$ en $(n,0)$ en symmetrieas $x = \frac{m+n}{2}$.
- $y = ax^2 + bx + c$ die je door **kwadraat afsplitsen** in de vorm kunt brengen waarin je meteen de top kunt aflezen.

meer info

De abc-formule

Elke vergelijking die je kunt schrijven in de vorm $ax^2 + bx + c = 0$ heet een **kwadratische vergelijking** of ook wel **tweedegraads vergelijking** (mits $a \neq 0$) omdat de hoogste macht van de onbekende x die voorkomt 2 is. (Een lineaire vergelijking noem je ook wel een eerstegraads vergelijking.)

De oplossing van de vergelijking $ax^2 + bx + c = 0$ met $a \neq 0$ is

$x = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \vee x = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Deze oplossing noem je de **abc-formule**.

Het is bij het oplossen van een kwadratische vergelijking handig om eerst de **discriminant** $D = b^2 - 4ac$ te berekenen.

- Als $D > 0$ heb je twee waarden in de oplossing.
- Als $D = 0$ heb je één waarde in de oplossing.
- Als $D < 0$ heb je geen reële waarden in de oplossing.

meer info

Handig oplossen

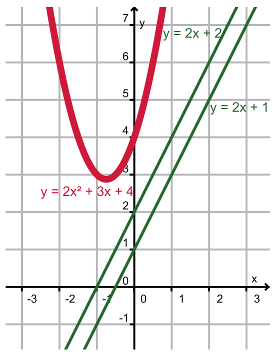
Een kwadratische (of tweedegraads) vergelijking kun je op meerdere manieren oplossen. De abc-formule lukt altijd als hij de vorm $ax^2 + bx + c = 0$ heeft (met $a \neq 0$). Maar vaak is de abc-formule niet nodig. Hier zie je welke keuzes je kunt maken.

- Komt de variabele maar op één plaats voor? Ga dan terugrekenen (o.a. worteltrekken).
- Heeft de vergelijking de vorm $A \cdot B = 0$? Splitsen in $A = 0 \vee B = 0$.
- Komen er haakjes voor, maar kun je niet ontbinden? Werk eerst de haakjes weg.
- Kun je na op 0 herleiden alles door hetzelfde getal delen? Doe dit dan en maak de vergelijking eenvoudiger.
- Kun je nu ontbinden in factoren? Doe dit dan en lees de oplossing af.
- Kun je na dit alles niet ontbinden? Gebruik de abc-formule of splits een kwadraat af.

Zo kun je elke kwadratische vergelijking op zo handig mogelijk oplossen.

meer info

Lijnen en parabolen



Van een parabool met een formule van de vorm $y = ax^2 + bx + c$ is de **symmetrieas** de lijn $x = -\frac{b}{2a}$.

Omdat de **top** van de parabool op de symmetrieas ligt geldt $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a}$. En de bijbehorende y-waarde van de top vind je door deze x_{top} in de formule in te vullen.

Een lijn (niet gelijk of evenwijdig met de symmetrieas) die precies één punt gemeen heeft met de parabool heet een **raaklijn** aan de parabool. Het gemeenschappelijke punt heet het **raakpunt**.

Omdat de kwadratische vergelijking waarmee je de coördinaten van zo'n raakpunt uitrekent maar één waarde mag opleveren, moet daarvan de discriminant 0 zijn.
Als $D > 0$ dan hebben lijn en parabool twee punten gemeen.
Als $D < 0$ dan hebben lijn en parabool geen punten gemeen.

meer info