Simulaties en tellen en de NumWorks

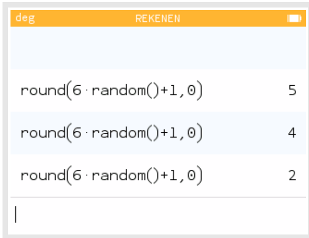
De NumWorks kan je behulpzaam zijn bij het bepalen van kansen. Hij kan simulaties van kansexperimenten uitvoeren en je helpen bij het tellen van mogelijkheden.
Loop eerst het practicum: **Basistechnieken NumWorks** door.

Inhoud

1 Simuleren

Het werpen met een dobbelsteen kun je **simuleren met toevalsgetallen**.
Dat doe je in het menu **REKENEN** met behulp van de “Toolbox”:

- ga naar het Rekenen-menu en open de Toolbox;
- ga met de pijltjestoetsen naar “Random en afronden”;
- kies “random()” en OK of EXE;
- blijf op OK of EXE drukken zolang je wilt.

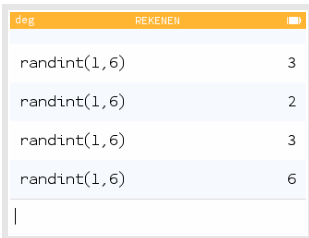


Je krijgt zo toevalsgetallen tussen 0 en 1 (in zeven decimalen).

Als je toevalsgetallen tussen 0 en 2 wilt, dan vermenigvuldig je ze met 2.
In het rekenscherm doe je: 2 * random().

Als je gehele toevalsgetallen vanaf 1 t/m 6 wilt, dan vermenigvuldig je ze met 6, tel je er 1 bij op en rond je af op 0 decimalen. Ook dat afronden vind je bij "Random en afronden" in de Toolbox.
In het rekenscherm doe je: round(6 × random() + 1, 0).

Maar deze gehele toevalsgetallen vanaf 1 t/m 6 kun je gemakkelijker krijgen door randint(a,b) te gebruiken.
Voor de simulatie van 10 keer werpen met een dobbelsteen ga je dan zo te werk:



- ga naar het Rekenen-menu en open de Toolbox;
- ga met de pijltjestoetsen naar “Random en afronden”;
- kies “randint(a,b)” en OK of EXE;
- er komt randint(,) in je rekenscherm, voer daarin 1 en 6 in (pijltjestoetsen);
- druk op OK of EXE en herhaal dit tot je 10 willekeurige getallen vanaf 1 t/m 6 hebt.

2 Werpen met dobbelstenen simuleren

Om met behulp van simulaties kansen te bepalen, moet je gemakkelijk kunnen tellen hoe vaak elk getal in je simulatie voor komt. Je maakt dan van je toevalsgetallen een frequentietabel.

Werpen met één dobbelsteen

Stel je voor dat je 100 keer met een dobbelsteen gooien wilt simuleren en zo de kans wilt bepalen op het gooien van een 5. Je doet dan het volgende:

- Voer dezelfde simulatie uit als hiervoor en houd op papier bij hoe vaak je een 1, 2, 3, 4, 5, of 6 gooit (turven en frequentietabel maken).
- Maak daarbij via het Statistiek-menu bij “Gegevens” een verdeling: in V1 de getallen 1 t/m 6 en in N1 de frequenties.

Als in de lijst 19 keer een vijf voorkomt, dan is de kans op 5 in deze simulatie $\frac{19}{100} = 0{,}19$.

Voer zelf zo’n simulatie uit.

Werpen met twee dobbelstenen

Als je bij het werpen met twee dobbelstenen de kans wilt bepalen op een bepaald aantal ogen dat op beide stenen samen boven komt te liggen, hebben niet alle mogelijkheden een gelijke waarschijnlijkheid. Bij je simulatie moet je daarmee rekening houden: je simuleert elke dobbelsteen afzonderlijk en telt dan de uitkomsten bij elkaar. Een simulatie van 100 worpen met twee dobbelstenen gaat zo:

- Voer dezelfde simulatie uit als hiervoor en tel de uitkomst van twee opeenvolgende dobbelstenen bij elkaar op tot je 100 keer 2 dobbelstenen hebt gehad.
- Houd op papier bij hoe vaak je 1,2,3,...11, of 12 gooit.
- Maak daarbij via het Statistiek-menu bij “Gegevens” een verdeling: in V1 de getallen 1 t/m 12 en in N1 de frequenties.

Voer zelf zo’n simulatie uit. Dit is natuurlijk gemakkelijk uit te breiden tot het werpen met drie dobbelstenen, of vier munten, etc. Zolang het maar niet over al te grote aantallen gaat...

Opmerking:

Je kunt dit ook **programmeren met Python**.

3 Permutaties en combinaties

Het aantal **permutaties** van 6 elementen is het totale aantal mogelijke verwisselingen als alle 6 elementen verschillend van elkaar zijn.
Dat aantal permutaties is: $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6!$.
De NumWorks kan 6! op de volgende manier berekenen zonder de hele vermenigvuldiging in te tikken:

- ga naar het menu **REKENEN**;
- voer eerst een 6 in en toets [alpha] [. !].

Je ziet: $6! = 720$.

Bij het aantal **permutaties** van bijvoorbeeld 4 uit 10 gaat het om de mogelijke keuzes van 4 elementen waarvan de onderlinge volgorde ook belangrijk is uit 10 verschillende elementen, dus om $10 \times 9 \times 8 \times 7 = (10!)/(6!)$.
Je kunt dit met behulp van faculteiten berekenen.
Maar je het kan ook zo:

- ga naar het menu **REKENEN**;
- open de Toolbox en ga met de pijltjestoetsen naar “Combinatoriek”;
- kies “permute(n,r)” en [OK] of [EXE];
- er komt permute(,) in je rekenscherm, voer daarin 10 en 4 in (pijltjestoetsen) en [OK].

Je vindt: 5040. Ga na dat dit hetzelfde is als $10 \times 9 \times 8 \times 7$.

Bij het aantal **combinaties** van 4 uit 10 gaat het om de mogelijke keuzes van 4 elementen waarvan de onderlinge volgorde niet belangrijk is uit 10 verschillende elementen, dus om $\frac{10!}{6! \cdot 4!}$. Je schrijft het als $\binom{10}{4}$.

Je kunt dit met behulp van faculteiten berekenen.
Maar je het kan ook zo:

- ga naar het menu **REKENEN**;
- open de Toolbox en ga met de pijltjestoetsen naar “Combinatoriek”;
- kies “binomial(n,r)” en [OK] of [EXE];
- er komt $\binom{\dots}{\dots}$ in je rekenscherm, voer daarin 10 en 4 in (pijltjestoetsen) en [OK].

Je vindt: 210. Ga na dat dit hetzelfde is als $\frac{10!}{4! \cdot 6!}$.

Even narekenen

Wanneer je het aantal mogelijke uitkomsten moet berekenen als je zonder terugleggen kiest uit 10 elementen waarbij een groep van 2 onderling gelijke, van 3 onderling gelijke andere en van 5 onderling gelijke nog andere elementen ontstaat, dan bereken je:

- $\binom{10}{2} \cdot \binom{8}{3}$ of $\frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 5!}$.

Kijk maar eens of je uit allebei 2520 krijgt.