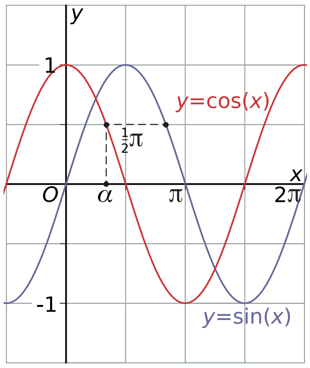
Spiekbriefjes bij Periodieke functies

Sinus en cosinusfuncties



De **standaard sinusfunctie** $f(x) = \sin(x)$ is een periodieke functie met periode $2\pi \approx 6{,}28$.

- Het maximum is 1 en de maxima liggen bij $\frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$
- Het minimum is - 1 en de minima liggen bij $1\frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$
- De grafiek snijdt de x-as bij $x = k \cdot \pi$

De **standaard cosinusfunctie** $f(x) = \cos(x)$ is een periodieke functie met periode $2\pi \approx 6{,}28$.

- Het maximum is 1 en de maxima liggen bij $k \cdot 2\pi$
- Het minimum is - 1 en de minima liggen bij $\pi + k \cdot 2\pi$
- De grafiek snijdt de x-as bij $x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot \pi$

De grafiek van $y = \cos(x)$ kun je laten ontstaan door de grafiek van $y = \sin(x)$ te verschuiven met $-\frac{1}{2}\pi$ in de x-richting: $\cos(x) = \sin\left(x + \frac{1}{2}\pi\right)$.

De grafieken van $g(x) = a \cdot \sin(x - b) + c$ en $h(x) = a \cdot \cos(x - b) + c$ kun je door transformaties uit die van $y = \sin(x)$ of die van $y = \cos(x)$ laten ontstaan.

meer info

Vergelijkingen met sin en cos

Om $\sin(x) = c$ op te lossen, zoek je eerst de oplossing binnen $\left[-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right]$.
Die oplossing heet de **arcsinus** van c: $x = \arcsin(c)$.
Alle oplossingen van $\sin(x) = c$ zijn: $x = \arcsin(c) + k \cdot 2\pi \vee x = \pi - \arcsin(c) + k \cdot 2\pi$.
Deze vergelijking heeft alleen oplossingen als $-1 \leq c \leq 1$.

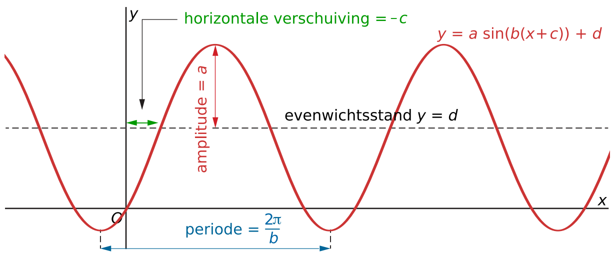
Om $\cos(x) = c$ op te lossen, zoek je eerst de oplossing binnen $[0, \pi]$.
Die oplossing heet **arccosinus** van c: $x = \arccos(c)$.
Alle oplossingen van $\cos(x) = c$ zijn: $x = \arccos(c) + k \cdot 2\pi \vee x = -\arccos(c) + k \cdot 2\pi$.
Deze vergelijking heeft alleen oplossingen als $-1 \leq c \leq 1$.

Gebruik de waarden uit de tabel als er gevraagd wordt naar exacte uitkomsten.

hoek	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$
sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cosinus	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

meer info

Sinusoïden



Door transformaties van $f(x) = \sin(x)$ kun je functies als $g(x) = a \cdot \sin(b(x + c)) + d$ maken. Deze functies heten **sinusoïden**.

De grafiek van $h(x) = a \cdot \cos(b(x + c)) + d$ is ook een sinusoïde, want $y = \cos(x) = \sin\left(x + \frac{1}{2}\pi\right)$ is een verschoven sinusgrafiek.

Voor de grafiek van g geldt:

- de **amplitude** (maximale uitwijking van de evenwichtsstand) is a
- de **periode** is $\frac{2\pi}{b}$, dit betekent: $b = \frac{2\pi}{\text{periode}}$
- de **horizontale verschuiving** is $-c$, dit is een translatie ten opzichte van de y-as
- de **evenwichtsstand** is de lijn $y = d$

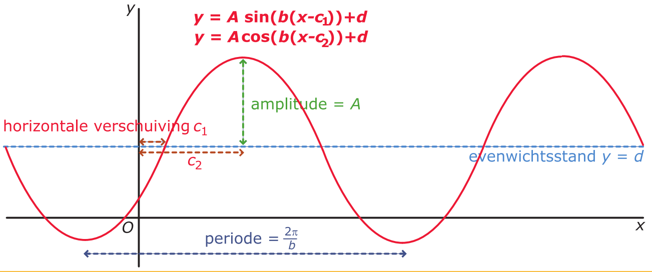
meer info

Periodieke modellen

Bij een sinusoïde kun je een passend functievoorschrift maken door:

- de **evenwichtslijn** $y = d$ te bepalen.
- de **amplitude** a te bepalen.
- de **periode** p te bepalen.
- de **horizontale verschuiving** c te bepalen.

In de figuur zie je dat er twee functievoorschriften mogelijk zijn.



meer info