Simulaties en tellen en de TI-84

De TI-84 kan je behulpzaam zijn bij het bepalen van kansen. Hij kan simulaties van kansexperimenten uitvoeren en je helpen bij het tellen van mogelijkheden.
Loop eerst het practicum: **Basistechnieken TI-84** door.

Inhoud

1 Simuleren

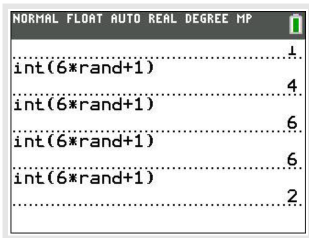
Het werpen met een dobbelsteen kun je simuleren met toevalsgetallen. Bij de TI-84 vind je de "randomizer" (toevalsgetallenmaker) door

- MATH te toetsen en dan naar de tab "PROB" te gaan met de pijltjestoetsen;
- vervolgens 1: rand te kiezen;
- en dan op ENTER te blijven drukken.

Je krijgt zo toevalsgetallen tussen 0 en 1 (in tien decimalen).

Als je toevalsgetallen tussen 0 en 2 wilt, dan vermenigvuldig je ze met 2.
In het rekenscherm zet je: 2 * rand.

Meestal heb je echter **gehele toevalsgetallen** nodig (bijvoorbeeld bij de dobbelsteen de getallen 1 t/m 6). Die kun je krijgen door "integer" (geheel getal) te gebruiken. De integer-routine laat gewoon alle decimalen weg, dus van 0,78456... maakt deze routine gewoon 0: int (0,78456) = 0. Maar int (2 · 0,78456) = int (1,56912) = 1.

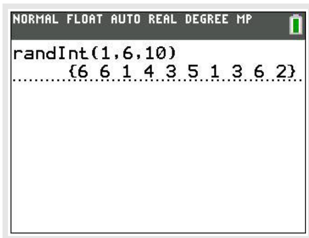


Bij de TI-84 vind je "integer" zo: MATH en NUM 5: int(.

Als je int(2*rand) in het scherm zet en je geeft steeds ENTER, dan krijg je de toevalsgetallen 0 en 1. Probeer maar...

Het werpen met de dobbelsteen kun je nu simuleren door int(6*rand + 1) in je rekenscherm te zetten en dan op ENTER te blijven drukken. In het plaatje hiernaast zie je dat gebeuren.

De TI-84 kent echter een routine om dit veel sneller te doen: randInt(). Voor de simulatie van 10 keer werpen met een dobbelsteen ga je dan zo te werk:



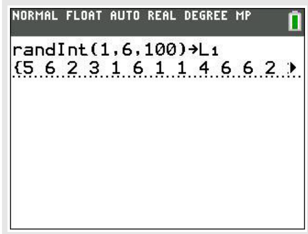
- Toets MATH en naar PROB 5: randInt(.
- Een nieuw venster opent zich nu. Voer bij lower de minimale waarde van de dobbelsteen in, 1 dus. Voer bij upper de maximale waarde in, 6 dus. Bij n voer je het aantal simulaties dat je wilt uitvoeren in, 10 dus. Ga vervolgens naar paste en ENTER.
- De uitdrukking randInt(1,6,10) verschijnt nu in je rekenscherm. Voer deze uit met ENTER.

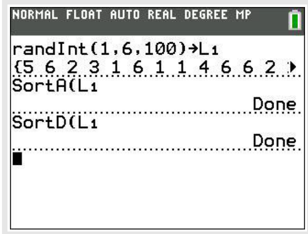
2 Werpen met dobbelstenen simuleren

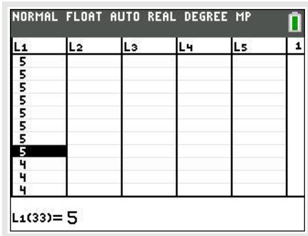
Om met behulp van simulaties kansen te bepalen, moet je gemakkelijk kunnen tellen hoe vaak elk getal in je simulatie voor komt. Je zet dan je toevalsgetallen in een lijst.

Werpen met één dobbelsteen

Stel je voor dat je 100 keer met een dobbelsteen gooien wilt simuleren en zo de kans wilt bepalen op het gooien van een 5. Je doet dan het volgende:







- Voer dezelfde simulatie uit als hiervoor, maar voer voor de n dit keer 100 in plaats van 10.
- Vertel de rekenmachine vervolgens dat dit in lijst L1 moet door er achter te tikken: STO▸ 2ND 1 (lijst L1) ENTER
- Alle toevalsgetallen staan nu in L1 (lijst 1), je kunt dat zien door te tikken: STAT en 1: Edit... ENTER
- Vervolgens kun je de lijst sorteren:
  van klein naar groot: STAT en 2: SortA(2ND 1 (lijst L1) ENTER (even wachten op de melding: Done).
  SortA komt van Sort Ascending, sorteer oplopend.
  van groot naar klein doe je met 3: SortD((Sort Descending, sorteer aflopend).
- In de gesorteerde lijst kun je gemakkelijk tellen hoe vaak de vijf voorkomt van de 100 "worpen".

In de lijst hiernaast is de eerste 5 nummer 20 van de lijst en de laatste 5 is nummer 33. Er kwam dus 14 keer een vijf voor. De kans op 5 was daarom in deze simulatie 0,14.

Nog eenvoudiger is het om eerst een staafdiagram te maken bij lijst L1 via STATPLOT. Hoe je een staafdiagram bij een lijst maakt vind je in het practicum "Statistiek en de TI-84".

Voer zelf zo'n simulatie uit.

Werpen met twee dobbelstenen

Als je bij het werpen met twee dobbelstenen de kans wilt bepalen op een bepaald aantal ogen dat op beide stenen samen boven komt te liggen, hebben niet alle mogelijkheden een gelijke waarschijnlijkheid. Bij je simulatie moet je daarmee rekening houden: je simuleert elke dobbelsteen afzonderlijk en telt dan de uitkomsten bij elkaar. Een simulatie van 100 worpen met twee dobbelstenen gaat zo:

- Je voert randInt(1,6,100) + randInt(1,6,100) in en ENTER (dus 2 * randInt(1,6,100) is fout!).
- Vervolgens stop je het resultaat in L1.
- De simulatie van het werpen met twee dobbelstenen staat nu in L1. Deze lijst kun je sorteren en je kunt er een staafdiagram van maken. Met TRACE kun je nu gemakkelijk alle frequenties aflezen.

Voer zelf zo'n simulatie uit. Dit is natuurlijk gemakkelijk uit te breiden tot het werpen met drie dobbelstenen, of vier munten, etc. Zolang het maar niet over al te grote aantallen gaat...

3 Permutaties en combinaties

Het aantal **permutaties** van 6 elementen is het totale aantal mogelijke verwisselingen als alle 6 elementen verschillend van elkaar zijn.
Dat aantal permutaties is: $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6!$.
De TI-84 kan 6! op de volgende manier berekenen zonder de hele vermenigvuldiging in te tikken:

- voer eerst een 6 in en toets MATH en naar 4: ! en ENTER.

Je ziet: $6! = 720$.

Bij het aantal **permutaties** van bijvoorbeeld 4 uit 10 gaat het om de mogelijke keuzes van 4 elementen waarvan de onderlinge volgorde ook belangrijk is uit 10 verschillende elementen, dus om $10 \times 9 \times 8 \times 7 = (10!)/(6!)$.
Je kunt dit met behulp van faculteiten berekenen.
Maar het kan ook zo:

- voer eerst 10 in en toets MATH en naar 2: nPr;
- toets een 4 en ENTER.

Je vindt: ${}_{10}P_4 = 5040$. Ga na dat dit hetzelfde is als $10 \times 9 \times 8 \times 7$.

Bij het aantal **combinaties** van 4 uit 10 gaat het om de mogelijke keuzes van 4 elementen waarvan de onderlinge volgorde niet belangrijk is uit 10 verschillende elementen, dus om $\frac{10!}{6! \cdot 4!}$. Je schrijft het als $\binom{10}{4}$.

Je kunt dit met behulp van faculteiten berekenen.
Maar het kan ook zo:

- voer eerst 10 in en toets MATH en naar 2: nCr;
- toets een 4 en ENTER.

Je vindt: ${}_{10}C_4 = 210$. Ga na dat dit hetzelfde is als $\frac{10!}{4! \cdot 6!}$.

Even narekenen

Wanneer je het aantal mogelijke uitkomsten moet berekenen als je zonder terugleggen kiest uit 10 elementen waarbij een groep van 2 onderling gelijke, van 3 onderling gelijke andere en van 5 onderling gelijke nog andere elementen ontstaat, dan bereken je:

- $\binom{10}{2} \cdot \binom{8}{3}$ of $\frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 5!}$.

Kijk maar eens of je uit allebei 2520 krijgt.