Spiekbriefjes bij Differentiëren

Verandering

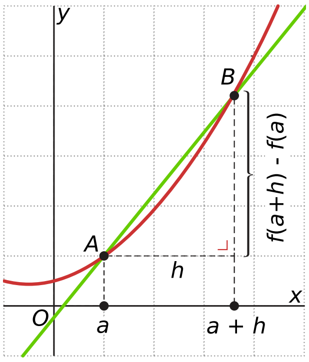
De **gemiddelde verandering** van functie f op $[a, a+h]$ is:

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

Dit is het **differentiequotiënt** van f op $[a, a+h]$ en de richtingscoëfficiënt van lijn AB.

Als $h \to 0$ dan gaat dit differentiequotiënt over in de **momentane verandering** of de **verandering in een punt** met $x = a$.

Na herleiden en $h \to 0$ heet dit het **differentiaalquotiënt** $\frac{dy}{dx}$ voor $x = a$.



In plaats van $\frac{dy}{dx}$ voor $x = a$, schrijf je ook wel $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=a}$.

In de grafiek is het differentiaalquotiënt de **richtingscoëfficiënt van de raaklijn** in het punt met $x = a$.

meer info

Het begrip afgeleide

Het **differentiaalquotiënt** van $f(x)$ voor $x = a$ heet de **afgeleide waarde** $f'(a) = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=a}$. De afgeleide voor alle mogelijke waarden van x is $f'(x)$ of $\frac{dy}{dx}$.

Deze functie van x heet de **afgeleide (functie)** of **hellingfunctie** van f.
De afgeleide geeft bij iedere x het hellingsgetal van de raaklijn.

Veel functies hebben **extremen**, waarden waarbij de functie maximaal is of juist minimaal is. Je kunt die waarden zo berekenen:

- Bepaal $f'(x)$ en de nulpunten van $f'(x)$.
- Als $f'(x)$ van positief naar negatief gaat in zo'n nulpunt heeft f een maximum.
- Als $f'(x)$ van negatief naar positief gaat in zo'n nulpunt heeft f een minimum.

Als de afgeleide niet van teken wisselt, is er geen extreme waarde.
Optimaliseren is het berekenen van extremen in praktijksituaties.

meer info

Differentiëren

Om de afgeleide te bepalen ga je **differentiëren**.
Hier zie je enkele **differentieerregels**:

- **machtsregel**:
  als $f(x) = c \cdot x^r$ is $f'(x) = c \cdot r x^{r-1}$ voor elke waarde van c en voor elke waarde van r
- **constante-regel**:
  als $f(x) = c$, dan is $f'(x) = 0$.
- **somregel**
  als $f(x) = u(x) + v(x)$, dan is $f'(x) = u'(x) + v'(x)$.
  als $f(x) = u(x) - v(x)$, dan is $f'(x) = u'(x) - v'(x)$.

De afgeleide van $y = f(x)$ schrijf je als: $f'(x)$, of $\frac{dy}{dx}$, of $\frac{df(x)}{dx}$, of $y'(x)$.

Met die afgeleide bepaal je bij een gegeven x de vergelijking van de raaklijn aan de grafiek.
Ook kun je er extreme waarden van de functie mee berekenen.

meer info

De kettingregel

Een **samengestelde functie** is een functie die uit twee of meer in serie geschakelde functies bestaat:

$x \xrightarrow{g(x)} \ldots \xrightarrow{f(\ldots)} f(g(x))$

Voor de afgeleide van een samengestelde functie geldt de **kettingregel**:
Als f de vorm $f(g(x))$ heeft, dan is $f'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.

meer info

De product- en quotiëntregel

Voor de afgeleide van een product van twee functies geldt de **productregel**:
Als $P(x) = f(x) \cdot g(x)$ dan is $P'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$.

Deze differentieerregel is niet altijd nodig, vaak kun je haakjes wegwerken.

Voor de afgeleide van een quotiënt van twee functies geldt de **quotiëntregel**:

Als $Q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ (met $g(x) \neq 0$) dan is $Q'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$.

Deze differentieerregel is niet altijd nodig, soms kun je een deling vereenvoudigen.
Deze beide regels gebruik je vaak in combinatie met andere differentieerregels, met name de kettingregel.

meer info