Parameterkrommen met de HP PRIME

De HP PRIME kan krommen tekenen die worden gegeven door *x* als functie van *t* en *y* als functie van *t*. De variabele *t* heet de **parameter** van de kromme, je kunt hem opvatten als de 'tijd'. Op elk tijdstip *t* kun je met behulp van de functies *x*(*t*) en *y*(*t*) berekenen op welke plaats (*x*, *y*) het punt dat de kromme doorloopt zich bevindt. Ook kan deze rekenmachine hellingsgetallen berekenen in elk punt van de kromme.
Een andere manier om krommen te beschrijven is met behulp van poolcoördinaten. Daarover gaat het laatste deel van dit practicum. **Loop eerst het practicum: 'Functies' door.**

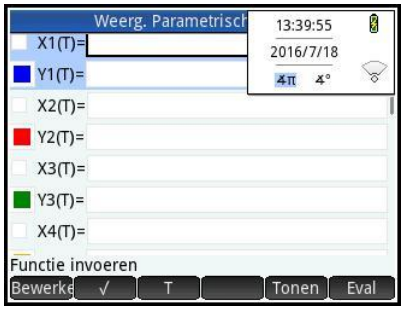
Inhoud

- **Een parameterkromme tekenen**
- **Hellingsgetallen bij parameterkrommen**
- **Krommen in poolcoördinaten**

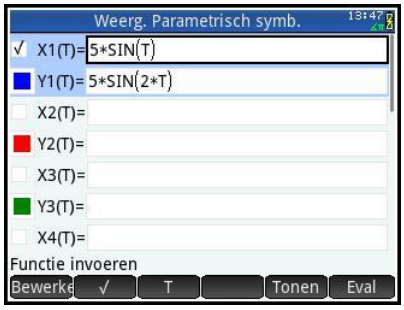
Een parameterkromme tekenen

Stel je voor dat je de kromme *K* wilt tekenen gegeven door:

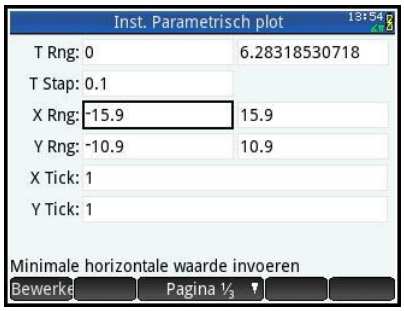
$X1(T) = 5 \cdot \sin(T)$ en $Y1(T) = 5 \cdot sin(2T)$, met *t* lopend van 0 tot en met 2π.



Met de toets Apps Info open je de bibliotheek met applicaties en start de app Parametrisch. Je komt in het symbolische scherm waar je deze parameterkromme kan invoeren, tap op de rechterbovenhoek van het scherm(waar de tijd staat aangegeven) en zet de hoekmode in radialen. Zie het scherm hiernaast.



Vervolgens ga je de kromme invoeren. Er kan ook nog werk van een vorige gebruiker in staan. Met Shift en Esc Clear maak je de hele app leeg.Vervolgens voer je de twee functies *X1*(T) en *Y1*(T) in, net zoals je dat bij gewone functies doet. Ook nu werk je met $xt\theta n$ Define D om de 'gebruikelijke' variabele (in dit geval de *T*) in te voeren.
In het scherm hiernaast zie je de kromme op de juiste wijze ingevoerd.



Voordat je de grafiek gaat bekijken moet je eerst de **instellingen van de grafiek** goed kiezen. Dat doe je via Shift en Plot Setup. Het scherm dat je dan krijgt begint met de in te stellen waarden voor T en vervolgens kun je de juiste waarden voor X en Y gaan instellen. In het scherm hiernaast zie je geschikte instellingen voor de gegeven kromme. Je ziet, dat de stapgrootte voor *t* is ingesteld op 0,1. Gebruik Page 1/3 en wandel naar het tweede scherm van de instellingen en kies *Segm. vaste stappen.* Bekijk de grafiek met Plot Setup.



Je kunt ook kleinere of grotere stappen kiezen voor T, experimenteer hier mee en bedenk waarom de grafiek er eventueel anders uit komt te zien. Maak je daarentegen hele grote stappen, dan worden er maar weinig punten van de kromme berekend, die dan worden verbonden op een zodanige manier dat je de kromme niet herkent!
Er ontstaat een mooie 'liggende acht'. Bij sommige keuzes is de kromme misschien niet helemaal gesloten. Kies dan voor *t* waarden van 0 tot bijvoorbeeld 10 (dus iets meer dan 2π).

Met DEL ENTER cursorbesturing kun je **over de kromme lopen**. Je gaat er dan met 'tijd'stappen van 0,1 (die was immers ingesteld) overheen. De bijbehorende waarden voor T, X en Y komen in beeld.

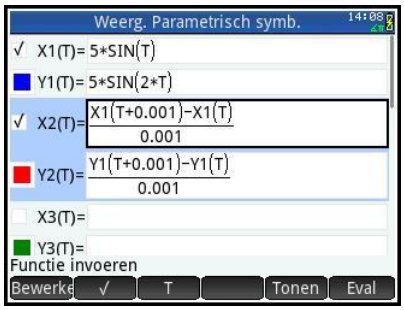
Oefen het tekenen van krommen met de HP PRIME. Zoek voorbeelden van krommen in je wiskundeboek.

▲

Hellingsgetallen bij parameterkrommen

Je hebt de kromme *K*: $(X1(T) = 5 \cdot sin(T)$, $Y1(T) = 5 \cdot sin(2T)$) met *T* lopend van 0 tot en met 2π bekeken in het voorgaande deel.
Zorg ervoor dat deze kromme weer in beeld komt.

Bij elk punt van deze kromme kun je je afvragen welke helling de raaklijn aan de kromme heeft. Deze helling wordt voorgesteld door dy/dx.
Je vindt die helling door het differentiequotient in te voeren als X2(T) en Y2(T), zie het scherm hiernaast.

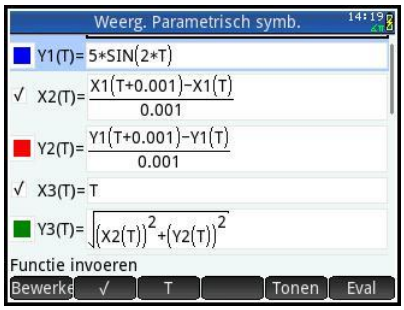


Vervolgens loop je met de cursor naar het gewenste punt of je tikt de gewenste waarde voor *t* in.

Ook kun je je afvragen met welke snelheid de kromme wordt doorlopen in een bepaald punt. Daarvoor gebruik je de verandering van X en die van Y in dat punt, dus X2(T) en Y2(T).
De snelheid waarmee het punt de kromme doorloopt voor verschillende waarden van T bereken je zo:

$$V(T) = \sqrt{(X2(T))^2 + (Y2(T))^2}$$

Deze formule kan je ook in de symbolische editor invoeren, gebruik dan voor X3(T)=T en Y3(T)= $\sqrt{(X2(T))^2 + (Y2(T))^2}$



Zie het scherm hiernaast.

Je vindt bij de gegeven kromme: *Y3*(0) = 11,18 eenheden per tijdseenheid (afgerond op twee decimalen).

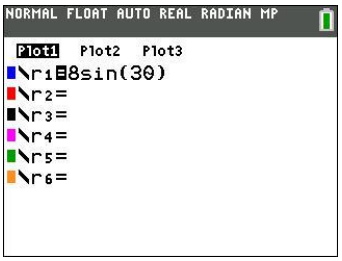
Bekijk ook de hellingsgetallen en bereken de doorloopsnelheid in andere punten van deze kromme. Waar gaat het doorlopen het snelst?

▲

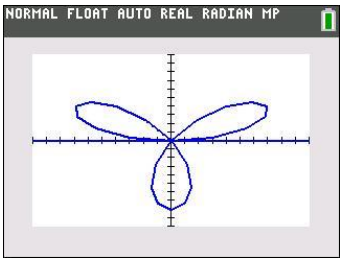
Krommen in poolcoördinaten

Een andere manier om een kromme te beschrijven is met zogenaamde **poolcoördinaten**. Daarbij werk je in een *x,y*-assenstelsel, maar geef je een punt *P* van een kromme weer door een functie van de vorm $r = f(\theta)$, waarin θ de hoek is die het lijnstuk *OP* met de positieve *x*-as maakt en r is de afstand van het punt tot de oorsprong. Bekijk het plaatje maar eens.

Een driebladige bloem krijg je met $r = 8 \cdot sin(3\theta)$.
Je voert die formule zo in:



- Open de app Polair en er voor dat de radialen staan ingesteld als hoekmaat.
- Verwijder eerdere invoer (indien nodig) met Shift en Esc Clear.
  Voer de gewenste formule in. Gebruik $x\,t\,\theta\,n$ Define D voor de 'gebruikelijke' variabele, in dit geval is dat de Griekse letter θ (*Theta*).
- Stel het venster goed in via Shift en Plot Setup. In dit geval laat je θ van 0 tot 2π lopen en X van -15,9 tot 15,9 en Y van –10 tot 10.
- Met Plot Setup krijg je de kromme te zien.



Ook nu kun je met de cursorbesturing over de kromme lopen, met + Ans ; en − Base ; inzoomen en uitzoomen.
Experimenteer met krommen in poolcoördinaten. Hoe maak je bijvoorbeeld een achtbladige bloem?

▲