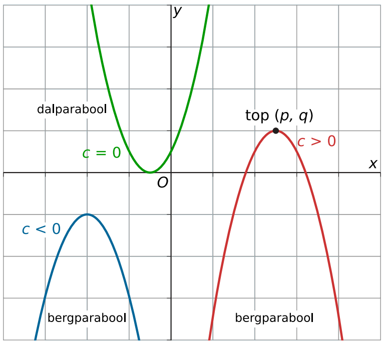
Spiekbriefjes bij Kwadratische functies

Kwadratische functies

De functie $f(x) = a(x-p)^2 + q$ is een **kwadratische functie** (als $a \neq 0$). De grafiek van deze functie ontstaat door verschuiven en/of vermenigvuldigen van $y = x^2$. De grafiek is een **parabool** met **top** (p,q) en **symmetrieas** $x = p$.
$a > 0$ geeft een **dalparabool**.
$a < 0$ geeft een **bergparabool**.



De **kwadratische vergelijking**
$a(x-p)^2 + q \ = \ u$ kun je herleiden tot:
$(x-p)^2 = c$ met $c = \frac{u-q}{a}$.

- Als $c > 0$ zijn er twee oplossingen.
- Als $c = 0$ is er één oplossing.
- Als $c < 0$ zijn er geen oplossingen.

meer info

De abc-formule

Een algemene formule voor een **kwadratische functie** is: $f(x) = ax^2 + bx + c$.
Je ziet niet meteen wat de top en de nulpunten van de parabool zijn.
Door **kwadraat afsplitsen** kun je de formule omzetten naar: $f(x) = a(x-p)^2 + q$ waarin (p,q) de top van de grafiek is. Je gebruikt daarbij: $x^2 + 2kx = (x+k)^2 - k^2$.

De nulpunten van $f(x) = ax^2 + bx + c$ kun je bepalen met de **abc-formule**.

De oplossing van $ax^2 + bx + c = 0$ is: $x = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \vee x = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$D = b^2 - 4ac$ heet de **discriminant**. Die bepaalt het aantal oplossingen:

- bij $D > 0$ zijn er twee oplossingen;
- bij $D = 0$ is er één oplossing (twee dezelfde);
- bij $D < 0$ zijn er geen reële oplossingen.

$\frac{-b}{2a}$ is de x-coördinaat van de top, $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$ is het maximum (bergparabool) of het minimum (dalparabool).

meer info

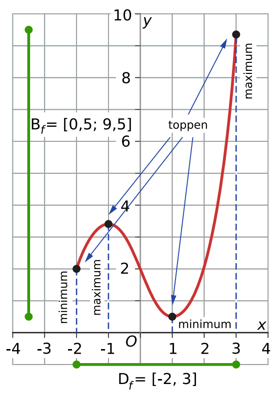
Kwadratische modellen

Bij elke **parabool** hoort de formule:

- $y = a(x-p)^2 + q$, als de top (p,q) bekend is.
- $y = ax^2 + bx + c$ als er drie punten bekend zijn.

Je vult de gegevens in en er ontstaan vergelijkingen om de **parameters** a, b en c, of a, p en q, te vinden.

De waarden van x waarop de functie f geldig is heet het **domein** D_f. Alle mogelijke functiewaarden vormen het **bereik** B_f.



Je noteert domein en bereik als een **interval**.
De getallen groter dan of gelijk aan 0 schrijf je zo: [0, →⟩.
De getallen groter dan 0 schrijf je zo: ⟨0, →⟩.
De vorm van de haakjes bepaalt of het getal dat er bij staat wel bij het interval hoort (rechte haken) of niet (puntige haken).

meer info

Veeltermen

Functies als $f(x) = 5x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 5x - 10$ heten **veeltermfuncties**.
Ze bestaan uit optellingen/aftrekkingen van machtsfuncties met gehele exponent groter of gelijk aan 0. Als de hoogst voorkomende macht 3 is, heb je een **derdegraadsfunctie**. Een kwadratische functie is een **tweedegraadsfunctie** en een lineaire functie een **eerstegraadsfunctie**.

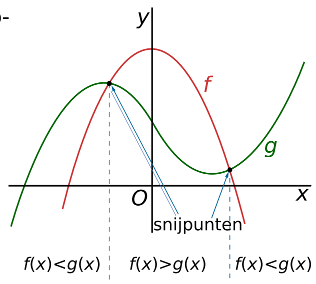
Om de **karakteristieken**, de nulpunten en de toppen van zo'n functie te berekenen heb je meestal verdergaande technieken nodig. Maar soms kun je er ook met behulp van ontbinden in factoren uitkomen.
De grafiek laat je maken door de computer (of een grafische rekenmachine).
Dit noem je het **plotten** van een grafiek.

Ook functies van de vorm $f(x) = a(x - p)^n + q$ (met $n \geq 0$ en geheel) kun je als veelterm opvatten, je kunt immers de haakjes wegwerken.
De grafieken van deze functies zijn door verschuiven en vermenigvuldigen af te leiden uit die van $y = x^n$.

meer info

Ongelijkheden

Een uitdrukking zoals $f(x) > g(x)$ of $f(x) < g(x)$, enzovoort, heet een **ongelijkheid**. Ongelijkheden los je op met behulp van grafieken.



- Eerst plot je beide functies.
  Breng ze goed in beeld met de snijpunten zichtbaar.
- Bepaal de snijpunten. Dat kan met GeoGebra, Desmos of een grafische rekenmachine.
  Dat kan vaak ook door $f(x) = g(x)$ algebraïsch op te lossen.
  Soms is dit handiger of wordt het zo gevraagd.
- Je leest de oplossing van de ongelijkheid uit de grafieken af.

meer info