

Spiekbriefjes bij Exponenten en machten

Exponentiële groei

Bij **exponentiële groei** vermenigvuldig je per tijdseenheid met hetzelfde getal, de **groefactor** g . Altijd is $g > 0$. Dus het delen van opvolgende waarden (bij vaste tijdstappen) geeft steeds hetzelfde. De hoeveelheid op $t = 0$ is de beginwaarde.

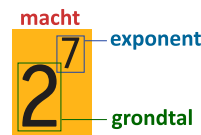
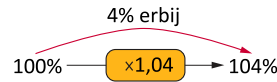
Bij groei met p procent hoort groefactor: $g = 1 + \frac{p}{100}$.

Voor $p > 0$ is $g > 1$: exponentiële toename.

Voor $p < 0$ is $0 < g < 1$: exponentiële afname.

Een **macht** zoals g^n heeft **grondtal** g en **exponent** n . Bij positieve gehele n en m zijn de **rekenregels voor machten**:

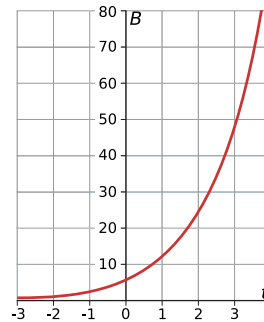
- $g^0 = 1$ als $g \neq 0$
- $g^n \cdot g^m = g^{n+m}$ en $\frac{g^n}{g^m} = g^{n-m}$ en $(g^n)^m = g^{n \cdot m}$



Rekenregels voor machten

De **eigenschappen van machten** voor $g > 0$ en willekeurige a en b zijn:

- $g^0 = 1$
- $g^{-a} = \frac{1}{g^a}$
- $g^{\frac{1}{a}} = \sqrt[a]{g}$ mits $a > 0$ en a geheel
- $g^{\frac{b}{a}} = \sqrt[a]{g^b} = (\sqrt[a]{g})^b$ mits $a > 0$ en a geheel
- $g^{a+b} = g^a \cdot g^b$
- $g^{a-b} = \frac{g^a}{g^b}$
- $(g^a)^b = g^{a \cdot b}$



Soms geldt dit ook als $g < 0$.

Een macht als g^a heeft voor $g > 0$ betekenis voor alle waarden van a .

Daarom zijn de grafieken bij exponentiële functies vloeiende kromme lijnen. Je ziet de grafiek van $B = 6 \cdot 2^t$.



Exponentiële functies

Voor de grafiek van de **standaard exponentiële functie** $y = g^x$ geldt:

- De grafiek snijdt de y -as in $(0, b)$.
- De x -as is de horizontale asymptoot.
- Als $g > 1$, is de grafiek stijgend.
- Als $0 < g < 1$, is de grafiek dalend.

Elke **exponentiële functie** kun je schrijven als $f(x) = b \cdot g^x + d$.

De grafiek van f ontstaat uit die van $y = g^x$ door **transformaties**:

- vermenigvuldiging in de y -richting met factor b ;
- verschuiving in de y -richting met d eenheden.

De grafiek van f heeft dus **horizontale asymptoot** $y = d$.

Het eventuele nulpunt vind je door de **exponentiële vergelijking**

$b \cdot g^x + d = 0$ op te lossen met behulp van GeoGebra, Desmos of een grafische rekenmachine.



Machtsfuncties

Functies als $g(x) = a \cdot (x - p)^r + q$ heten **machtsfuncties**.

Hun grafieken ontstaan uit die van de standaard machtsfunctie $y = x^r$, met:

- r geheel, positief en even, dan heeft de functie een minimum van 0 bij $x = 0$.
- r geheel, positief en oneven, dan is de grafiek stijgend en gaat hij door $(0,0)$.
- r geheel en negatief, dan heeft de functie beide assen als asymptoten.
- r niet geheel, dan zijn alleen positieve x -waarden toegestaan tenzij r een breuk met een oneven noemer is.

Veel wortelfuncties en gebroken functies zijn machtsfuncties.

De exponent r kan elke waarde aannemen.

Een vergelijking met een machtsfunctie los je op door de omgekeerde exponent te gebruiken.

