Spiekbriefjes bij Het getal e

Het getal e

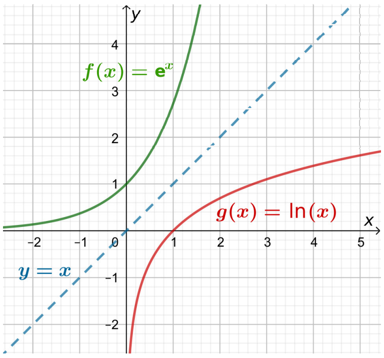
De afgeleide van de exponentiële functie $f(x) = g^x$ is $f'(x) = c_g \cdot g^x$.

Er bestaat een waarde van g waarvoor geldt dat $c_g = 1$.
Deze **natuurlijke groeifactor** is het getal e $\approx 2{,}71828...$

Als $f(x) = \mathrm{e}^x$, dan is $f'(x) = \mathrm{e}^x$.

Met $f(x) = \mathrm{e}^x$ reken je net als met alle exponentiële functies. Op je rekenmachine zit er een speciale toets voor.

$\mathrm{e}^x = a$ geeft $x = {}^{\mathrm{e}}\log(a)$.
In plaats van ${}^{\mathrm{e}}\log(a)$ schrijf je $\ln(a)$.
$\ln(a)$ is de **natuurlijke logaritme** van a.



meer info

Exponentiële functies

Voor de **afgeleide van de exponentiële functie** geldt:

- Als $f(x) = g^x$ dan is $f'(x) = g^x \cdot \ln(g)$.

Je kunt elke exponentiële functie N met groeifactor g per tijdseenheid t op meerdere manieren schrijven door **veranderen van grondtal**:

- $N(t) = N(0) \cdot g^t$
- $N(t) = N(0) \cdot \mathrm{e}^{kt}$ waarin $\mathrm{e}^k = g$ dus $k = \ln(g)$
- $N(t) = N(0) \cdot 10^{kt}$ waarin $10^k = g$ dus $k = \log(g)$

Je kunt zo verschillende exponentiële functies hetzelfde grondtal geven, e of 10.

meer info

Logaritmische functies

De **afgeleide van de natuurlijke logaritmische functie** $f(x) = \ln(x)$ is $f'(x) = \frac{1}{x}$.

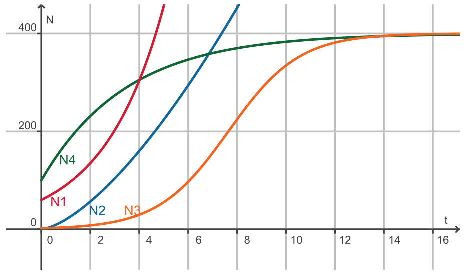
De **afgeleide van de g-logaritme** $f(x) = {}^g\log(x)$ is hieruit af te leiden door te gebruiken dat ${}^g\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(g)} = \frac{1}{\ln(g)} \cdot \ln(x)$.
Je vindt:

Als $f(x) = {}^g\log(x)$, dan is $f'(x) = \frac{1}{\ln(g)} \cdot \frac{1}{x}$.

Verder kun je nu allerlei functies waarin vormen als $\ln(x)$ en/of ${}^g\log(x)$ voorkomen differentiëren met de differentieerregels.

meer info

Groeimodellen



Bij het **exponentiële groeimodel** hoort $N_1(t) = b \cdot g^t$ of $N_1(t) = b \cdot \mathrm{e}^{kt}$ of $N_1(t) = b \cdot 10^{kt}$. (Figuur: $b = 60$ en $g = 1{,}5$.)
Op **enkellogaritmisch papier** wordt de grafiek een rechte lijn.
Bij een **machtsfunctie** als model hoort $N_2(t) = b \cdot t^p$. (Figuur $b = 20$ en $p = 1{,}5$.)

Op **dubbellogaritmisch papier** wordt de grafiek een rechte lijn.

Bij een **geremd exponentieel groeimodel** hoort $N_3(t) = \frac{G}{1+b \cdot g^t}$.

De groei begint exponentieel, maar remt af. $N = G$ is de horizontale asymptoot, de grootste groeisnelheid zit bij $N(t) = \frac{1}{2}G$. (Figuur: $G = 400$, $b = 200$ en $g = 0{,}5$.)

Bij het groeimodel $N_4(t) = G + b \cdot g^t$ neemt de groeisnelheid vanaf het begin af. (Figuur: $G = 400$, $b = -300$ en $g = 0{,}75$.)

meer info