

Spiekbriefjes bij Goniometrische functies



Goniometrische functies

Goniometrische functies zijn functies waarin $\sin$, $\cos$ (en $\tan$) voorkomen. De basisfuncties $f(x) = \sin(x)$ en $g(x) = \cos(x)$ met x in radialen ken je al.

In deze eenheidscirkel geldt:

$$\sin(\alpha) = y_P \text{ en } \cos(\alpha) = x_P \text{ en } \tan(\alpha) = \frac{y_P}{x_P}$$

Dus de **tangensfunctie** is: $\tan(\alpha) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$.

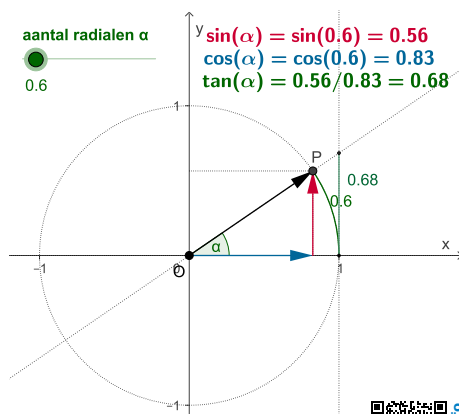
Deze functie is periodiek met periode π en heeft verticale asymptoten als

$$x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot \pi.$$

$f(x) = a \tan(b(x - c)) + d$ heeft

- periode: $\frac{\pi}{b}$
- amplitude: geen
- evenwichtsstand: $y = d$
- horizontale verschuiving: c

aantal radialen α
0.6



$$\begin{aligned}\sin(\alpha) &= \sin(0.6) = 0.56 \\ \cos(\alpha) &= \cos(0.6) = 0.83 \\ \tan(\alpha) &= 0.56/0.83 = 0.68\end{aligned}$$



meer info



Goniometrische formules

Goniometrische formules om te herleiden en/of vergelijkingen op te lossen:

Symmetriemformules	Verbanden tussen sin en cos
$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$ $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ $\tan(-\alpha) = -\tan(\alpha)$ $\sin(\pi - \alpha) = \sin(\alpha)$ $\cos(\pi - \alpha) = -\cos(\alpha)$ $\tan(\pi - \alpha) = -\tan(\alpha)$	$\sin\left(\frac{1}{2}\pi - \alpha\right) = \cos(\alpha)$ $\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \alpha\right) = \sin(\alpha)$ $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$
Somformules	Verdubbelingsformules
$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$	$\sin(2\alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$ $\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$ $\cos(2\alpha) = 2 \cos^2(\alpha) - 1$ $\cos(2\alpha) = 1 - 2 \sin^2(\alpha)$
Formule voor $a \sin(x)$ plus $b \cos(x)$	
$a \cdot \sin(x) + b \cdot \cos(x) = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \beta)$ waarin $\tan(\beta) = \frac{b}{a}$	



meer info



Differentiëren van goniometrische formules

Het **differentiëren van goniometrische functies** (waarin sinus en/of cosinus voorkomen) is gebaseerd op:

- De afgeleide van $f(x) = \sin(x)$ is $f'(x) = \cos(x)$.
- De afgeleide van $f(x) = \cos(x)$ is $f'(x) = -\sin(x)$.
- De afgeleide van $f(x) = \tan(x)$ is $f'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$.

Om de afgeleide van een functie waarin sinus en/of cosinus voorkomen te bepalen heb je ook vaak nog de overige differentieerregels nodig.

Bijvoorbeeld moet je bij afgeleide van een sinusoidale rekening houden met de kettingregel.



meer info



Harmonische trilling

Een **harmonische trilling** is een periodieke beweging die wordt beschreven door een sinusoidale zoals:

$$u(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{p} \cdot t\right) \text{ met:}$$

- **amplitude** (maximale uitwijking) A
- **periode** of **trillingstijd** (de tijdsduur van één trilling) p
- **frequentie** (aantal trillingen per s) $f = \frac{1}{p}$

Tel je twee harmonische trillingen bij elkaar op, dan zijn er verschillende mogelijkheden:

- De som van twee harmonische trillingen met dezelfde periode is weer een harmonische trilling.
- De som van twee harmonische trillingen is geen zuiver harmonische trilling, maar wel een periodiek verschijnsel.



meer info